



İSTANBUL İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ BİLİM OLİMPİYATLARI 2018 SINAVI

Kategori: Lise Matematik

Soru Kitapçık Türü

A

3 Mayıs 2018 Perşembe, 10.00

ÖĞRENCİNİN ADI SOYADI :

T.C. KİMLİK NO :

OKULU / SINIFI :

SINAVA GİRDİĞİ İLÇE:

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- **Bu sınav, çoktan seçmeli 32 sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.**
- Cevap kâğıdınıza size verilen soru kitapçığının türünü gösteren harfi işaretlemeyi unutmayınız.
- Her sorunun bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı cevap kâğıdınızdaki ilgili kutucuğu tamamen karalayarak işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiçbir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış bir doğru cevabı götürmektedir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- **Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR.** Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz tavsiye edilir.
- Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve karalama kâğıdı kullanılması yasaktır. Kimya sınavında fonksiyonel hesap makinesi kullanılabilir.
- Sınav süresince, görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir.
- **Sınav başladıktan sonraki ilk 1 saat ve son 15 dakika içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.**
- Sınav salonundan ayrılmadan önce **cevap kâğıdınızı, kitapçığınızı ve giriş belgelerinizi** görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

BAŞARILAR DİLERİZ.

1. $AB > AC$ olan ABC üçgeninde BC kenarının orta noktası D olmak üzere, AD çaplı çember AB ve AC kenarlarını sırasıyla P ve Q noktalarında kesiyor. A 'dan BC 'ye inilen dikmenin ayağı H ve $\angle QDC = \angle DAB$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

a) $AD \cdot QC = \frac{AQ \cdot BC}{2}$ b) $3PQ = 2BC$ c) $AP \cdot PB = AQ \cdot QC$ d) $\frac{BD}{DH} = \frac{HC}{DB}$ e) Hiçbiri

2. 2018'den büyük olmayan kaç tane pozitif n sayısı için n^n bir tam karedir?

a) 1013 b) 1024 c) 1031 d) 1044 e) Hiçbiri

3. $1! + 2! + \dots + 25! = A$ ve $3 \cdot 1! + 5 \cdot 2! + 7 \cdot 3! + \dots + 49 \cdot 24! = B$ ise $B - A + 1$ sayısının sondan kaç basamağı 9 dur?

a) 0 b) 6 c) 12 d) 18 e) 24

4. Kırmızı, sarı ve mavi renk toplardan altışar tane bulunan 18 top arasından rastgele seçilen 7 top çembersel bir sırada diziliyor. Mümkün dizilişlerin sayısı nedir?

a) 213 b) 216 c) 312 d) 340 e) Hiçbiri

5. Çevrel çemberi \mathcal{C} olan bir ABC üçgeninin sırasıyla AB ve AC kenarları üzerinde, köşelerinden farklı P ve Q noktaları alınıyor. APQ üçgeninin çevrel çemberi, \mathcal{C} çemberini ikinci kez X noktasında kestiğine göre, $\triangle PQX \sim \triangle BCX$, $\triangle CQX \sim \triangle BPX$, $\triangle CAX \sim \triangle XBQ$, $\triangle QAX \sim \triangle QBX$ benzerliklerinden kaç tanesi daima doğrudur?

a) 0 b) 1 **c) 2** d) 3 e) 4

6. $n^3 = n + 7m + 6$ denklemini sağlayan (m, n) pozitif tam sayı ikilileri için, m nin en küçük değerinin asal çarpanları toplamı nedir?

a) 6 b) 10 c) 15 **d) 22** e) Hiçbiri

7. $a_1 = \frac{1}{2}$ ve her n pozitif tam sayısı için $a_{n+1} = a_n^2 + a_n$ olan a_1, a_2, \dots dizisi verilsin.

$$\frac{1}{a_1 + 1} + \frac{1}{a_2 + 1} + \dots + \frac{1}{a_{2018} + 1}$$

toplamının ondalık yazılımında tam kısım nedir?

a) 0 **b) 1** c) 2 d) 5 e) Hiçbiri

8. Bir çemberin çevresinde eşit aralıklarla işaretlenmiş 2018 noktaya sırayla ve 1 den başlanarak ardışık pozitif tam sayılar yazılıyor. Daha sonra bu noktalar çemberin merkezinden geçen bir doğru ile her biri 1009 elemanlı iki gruba ayrılıyor. Böyle bir gruplara ayırma, gruplardan birindeki sayıların toplamı diğer grubun toplamının bir tam katı olmak üzere, kaç farklı biçimde yapılabilir?

a) 1 b) 3 c) 672 d) 674 **e) Hiçbiri**

9. Merkezi M noktası olan bir $ABCD$ karesinde $\angle BCA$ ve $\angle DBA$ açılarının açıortayları bir K noktasında; CK ile BD bir L noktasında kesişiyor. $LM = 1$ ise karenin alanı nedir?
 a) $3+2\sqrt{2}$ b) $6+4\sqrt{2}$ c) 12 d) 18 e) Hiçbiri

10. $m^3 + 6n^3 = 56 + mn(2m + 5n)$ tam sayı çözümleri için mn en çok kaçtır?
 a) 5 b) 6 c) 9 d) 15 e) Hiçbiri

11. $6x^4 + 19x^3 + 26x^2 + x - 4 = 0$ denkleminin reel köklerinin toplamı nedir?
 a) $\frac{19}{16}$ b) $-\frac{19}{16}$ c) $-\frac{5}{6}$ d) $\frac{2}{3}$ e) Hiçbiri

12. Koordinatları toplamı çift tam sayı olan noktalara çift nokta, tek sayı olan noktalara da tek nokta diyelim. $0 \leq m \leq 39$, $0 \leq n \leq 100$ olmak üzere (m, n) tam sayı koordinatlı noktalar arasından k tanesi rastgele seçiliyor. Seçilen çift noktaların sayısı ζ_k olmak üzere $\zeta_{2019} > \zeta_{2018}$ olma ihtimali nedir?
 a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{\pi}{5}$ d) $\frac{1}{2}$ e) Hiçbiri

13. $AB > AC$ olan ABC üçgeninin AB kenarı üzerinde $\angle ACP = \angle ABC$ şartını sağlayan P noktası alınıyor. P nin AC doğrusuna göre simetriği D noktası ve BCD üçgeninin çevrel çemberinin CA ışını ile kesiştiği nokta E olsun. $AP = 13$, $AC = 14$, $PC = 15$ ise PE doğru parçasının uzunluğu nedir?

- a) $6\sqrt{3}$ b) 13 c) 15 d) 20 e) Hiçbiri

14. p ve q farklı asal sayılar, a ve b pozitif tam sayılardır. $n = p^a \cdot q^b$ sayısı veriliyor. n^2 sayısının n 'den küçük ve n 'yi bölmeyen pozitif tam bölenlerinin sayısı nedir?

- a) $a^2 - b^2$ b) $a + b$ c) $ab + a + b$ d) $2ab$ e) ab

15. $f_0(x) = \frac{1}{1-x}$ ve her n pozitif tam sayısı için $f_n(x) = f_0(f_{n-1}(x))$ olacak şekilde f_k fonksiyonları veriliyor. $f_{2018}(2018)$ nedir?

- a) $\frac{2017}{2018}$ b) $\frac{2018}{2017}$ c) 2018 d) 2017 e) Hiçbiri

16. $n \times n$ satranç tahtasının bazı birim karelerine 1 yazılıyor. Her satır ve her sütunda tek sayıda 1 bulunması kaç farklı yoldan sağlanır?

- a) $2^{(n-1)^2-1}$ b) $2^{(n-1)^2} - 1$ c) $2^{(n-1)^2} + 1$ d) 2^{n^2-1} e) Hiçbiri

17. $ABCD$ kirişler dörtgeninde $\angle ADB = \angle BDC$, $AD = 5$, $DC = 3$ ve $AC = 7$ olduğuna göre BD uzunluğu nedir?

- a) $4\sqrt{3}$ b) 8 c) $5\sqrt{2}$ d) $3\sqrt{6}$ e) Hiçbiri

18. $(m-n)^k = mn$ eşitliğini sağlayan kaç tane (m, n, k) pozitif tam sayı üçlüsü vardır?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) Sonsuz çoklukta

19. a, b, c pozitif tam sayıları $a > b > c$ ve $12 \cdot b > 13 \cdot c > 11 \cdot a$ eşitsizliklerini sağladığına göre, $a+b+c$ 'nin alabileceği en küçük değerın rakamları toplamı kaçtır?

- a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) Hiçbiri

20. 2018×2018 satranç tahtasının her birim karesi belli dört renkten biriyle boyanıyor. Herhangi 2×2 karede bu dört rengin her biri bulunacak şekilde kaç farklı boyama yapılabilir?

- a) $6 \cdot (2^{2017} - 1)$ b) $24 \cdot (2^{2017} - 1)$ c) 2^{2018} d) $24 \cdot 2^{2017}$ e) Hiçbiri

21. $ABCD$ dik yamuğunda $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$, $CD = AD$ ve $AB > CD$ dir. BD köşegeni üzerinde D den farklı bir F noktası için $\angle AFC = 90^\circ$ ve AF ile BC nin kesiştiği K noktası için $BK = KC$ olduğuna göre $\frac{AF}{FC}$ oranı nedir?

- a) 1 b) $\sqrt{3}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $\frac{3}{2}$ e) 2

22. x ve y pozitif tam sayıları sırasıyla 5 ve 6'ya tam bölünmemektedir. $a_1 = 5$, $a_{n+1} = x \cdot a_n + y$ dizisi veriliyor. Bu dizinin ilk bileşik teriminden önce en fazla kaç ardışık terimi asal olabilir?

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 7 e) Hiçbiri

23. $(\sqrt{10} + 3)^{11}$ sayısı ondalık kesir olarak yazıldığında virgülden sonraki 50. basamak nedir?

- a) 1 b) 3 c) 5 d) 8 e) Hiçbiri

24. İlker ve İlknur verilmiş bir n tam sayısı için, n yarıçaplı çember üzerinde bir oyun oynuyorlar. Sırası gelen, çember üzerinde bir noktaya $1 \leq k \leq n$ olacak şekilde bir k tam sayısı yazıyor. Üzerinde bir i tam sayısı yazılmış olan bir noktaya uzaklığı en fazla i birim olan hiçbir noktaya hamle yapılamıyor. Hamle yapamayan oyunu kaybediyor. Oyuna İlker başlıyor ve her iki oyuncu da en iyi strateji ile oynuyor. $n = 26, 1439, 2018, 2023$ değerlerinden kaç tanesi için İlker oyunu kazanmayı garantileyebilir?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

25. a, b, c reel sayıları $abc = 350$ ve $a + b + c = 22$ şartlarını sağlıyor. Kenar uzunlukları a, b, c olan ABC üçgeninin iç merkezi I , AI doğrusunun çevrel çemberi kestiği nokta D olsun. BC üzerinde bir P noktası için $PI = 2$ dir. A, D ve P den geçen çemberin PI doğrusunu ikinci kez kestiği nokta T olmak üzere, TP uzunluğu nedir?

- a) $\frac{175}{44}$ b) $\frac{175}{22}$ c) $\frac{219}{22}$ d) $\frac{175}{11}$ e) Hiçbiri

26. $x^2 + 1$ ve $y^2 + 1$ asal sayılarının çarpımı $z^2 + 1$ dir. Bu koşula uygun tüm (x, y, z) tam sayı üçlüleri kaç tanedir?

- a) 2 b) 4 c) 8 d) 16 e) Hiçbiri

27. (I) Her $x, y \geq 0$ reel sayıları için $23 \cdot x^{\frac{1}{23}} + 32 \cdot y^{\frac{1}{32}} \leq 55 \cdot (x \cdot y)^{\frac{1}{55}}$ tir.

(II) Her n pozitif tam sayısı için $2^n \cdot n! \leq (n+1)^n$ dir.

(III) Her n pozitif tam sayısı için $2^n \geq n \cdot (\sqrt{2})^{n-1} + 1$ dir.

önergelerinden hangileri daima doğrudur?

- a) Yalnız I b) Yalnız II c) Yalnız III d) II ve III e) I, II ve III

28. 1009×1009 satranç tahtasının her birim karesine $1, 2, \dots, 1009$ sayılarından biri yazılıyor.

Öyle ki her satırda her sayı en az bir kez bulunur ve bu tahta ana köşegenlerinden biri olan l ye göre simetriktir. l üzerinde en az kaç farklı sayı vardır?

- a) 1 b) 2 c) 504 d) 505 e) 1009

