



İSTANBUL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ BİLİM OLİMPİYATLARI 2019 SINAVI

Kategori: Matematik Lise

Soru Kitapçık Türü

A

30 Nisan 2019 Salı, 10.00

ÖĞRENCİNİN ADI SOYADI :

T.C. KİMLİK NO :

OKULU / SINIFI :

SINAVA GİRDİĞİ İLÇE:

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- ***Bu sınav, çoktan seçmeli 32 sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.***
- *Cevap kâğıdınıza size verilen soru kitapçığının türünü gösteren harfi işaretlemeyi unutmayınız.*
- *Her sorunun bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı cevap kâğıdınızdaki ilgili kutucuğu tamamen karalayarak işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiçbir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.*
- *Her soru eşit değerde olup, dört yanlış bir doğru cevabı götürecektir. Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.*
- *Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve karalama kâğıdı kullanılması yasaktır. Kimya sınavında fonksiyonel hesap makinesi kullanılabilir.*
- *Sınav süresince, görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.*
- *Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir.*
- ***Sınav başladıktan sonraki ilk 1 saat ve son 15 dakika içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.***
- *Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kâğıdınızı, kitapçığınızı ve giriş belgelerinizi görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.*

BAŞARILAR DİLERİZ

1. Dışbükey bir $ABCD$ dörtgeninin $[BD]$ köşegeni üzerinde bulunan bir E noktası $\angle BAE = \angle ADB$ ve $\angle BCE = \angle CDB$ şartlarını sağlıyor. $|AE|=12$, $|CE|=16$ ve $|CD|=20$ olduğuna göre; $|AD|$ kaçtır?

- a) 15 b) 18 c) $\frac{80}{3}$ d) $\frac{48}{5}$ e) Hiçbiri

2. $P(n) = n^{2019} + an + b$ polinomu $n^2 - n + 1$ 'e bölündüğünde $n + 1$ kalanını veriyor. Buna göre $P(1)$ kaçtır?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

3. $P(x) = x^3 - (c + 26)x^2 + 25x + c$ tam sayı katsayılı polinomunun kökü olabilecek farklı tam sayıların toplamı kaçtır?

- a) -7 b) -8 c) -3 d) -4 e) Hiçbiri

4. n pozitif bir tek tam sayı olmak üzere; Kayra'nın elinde 0'dan n 'ye kadar tam sayıların yazılı olduğu bir kağıt vardır. Başlangıçta, bir tahtanın üzerinde 0 yazmaktadır. Kayra, her seferinde elindeki kağıttan bir a çift tam sayısı ve bir b tek tam sayısı seçerek bunları kağıttan siliyor ve tahtadaki sayıyı $a + bi$ veya $-a - bi$ kadar artırıyor. Kağıttaki sayılar bittiğinde, Kayra başlangıç da dahil olmak üzere tahtada en az 2019 kez 0 yazdığını söylüyorsa, n en az kaç olabilir?

- a) 16151 b) 8075 c) 16143 d) 8071 e) Hiçbiri

5. $\angle A = 50^\circ$ ve $\angle C = 70^\circ$ şartlarını sağlayan bir ABC üçgeninin diklik merkezi H , iç teğet çember merkezi I ve çevrel çember merkezi O olsun. Buna göre $\angle HIO$ kaçtır?
 a) 150 b) 170 c) 180 d) 140 e) 160

6. q ve r birbirinden farklı, 5'ten büyük asal sayılar olmak üzere; $1/q$ ve $1/r$ sayılarının ondalık yazımında virgülden sonraki her rakam kendisinden sonra gelen 6. rakama eşittir. Bu iki sayının virgülden sonraki ilk altı basamaklarının en fazla kaç tane aynı olabilir?
 a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

7. $b \leq a + 2b + 3c = 2$ şartını sağlayan a, b, c reel sayıları için

$$a^2 - 4b^2 + 9c^2 \leq 2(a-2)(2b-a)$$
 eşitsizliği sağlanıyorsa, c 'nin alabileceği en küçük değer kaçtır?
 a) -3 b) -1 c) $-\frac{1}{3}$ d) 0 e) $\frac{1}{3}$

8. 20×19 bir tablonun her bir hücreğine $-1, 0$ veya 1 yazılıyor. Daha sonra her bir hücre çifti için, bu hücrelerdeki sayılar çarpılıp bir kağıda yazılıyor. Sonuçta kağıtta 3838 tane -1 yazılı olduğu gözlemleniyor. Bu durumda, tablodaki 0 sayısının alabileceği değerlerin toplamı nedir?
 a) 400 b) 342 c) 399 d) 343 e) Hiçbiri

9. $|AB|=|AC|$ şartını sağlayan dar açılı bir ABC üçgeninin $[AB]$ kenarının orta noktası D 'dir. AB 'ye D 'de, BC 'ye C 'de teğet olan çember $[AC]$ kenarını ikinci kez E noktasında kesiyor. $|AE|=1$ olduğuna göre $|DE|$ kaçtır?

- a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ d) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ e) Hiçbiri

10. Elemanları tam sayılar olan bir küme eleman sayıları ve elemanlarının toplamı birbirine eşit olan k ayrık kümeye ayrılabiliriyorsa, bu kümeye “ k -ayrılabilir küme” diyelim. $n=1071, 1299, 1920, 1923, 2019$ değerlerinden kaç tanesi için $\{1,2,\dots,n\}$ kümesi 3-ayrılabiliridir?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

11. Pozitif tam sayılardan oluşan ve her $n \geq 3$ için $a_n = a_{n-2} - a_{n-1}$ olacak şekilde tanımlanan dizilere “İccanobif dizisi” diyelim. İlk terimi 2019 olan bir İccanobif dizisi en fazla kaç terimden oluşabilir?

- a) 45 b) 12 c) 11 d) 44 e) Hiçbiri

12. 5×5 'lik bir kare, kenarlarına paralel doğrularla 25 birim kareye bölünüyor. Bir karınca sol alt köşeden (A) sağ üst köşeye birim karelerin kenarlarını kullanarak ve daha önce geçtiği bir köşe noktasından bir daha geçmeyerek ulaşmak istiyor. Ayrıca karınca A 'yı köşe kabul eden $n \times n$ 'lik kareye geçtikten sonra tekrar $(n-1) \times (n-1)$ 'lik kareye dönüyor ($1 \leq n \leq 5$). Buna göre karınca kaç farklı rota izleyebilir?

- a) 3840 b) 3780 c) 2520 d) 3150 e) Hiçbiri

13. Bir $ABCD$ karesinin merkez noktası O 'dur. A merkezli B ve D noktalarından geçen çeyrek çember üzerinde $\angle OFB = 90^\circ$ olacak şekilde bir F noktası alınıyor. $AF \cap BC = \{E\}$ olmak üzere;

$\frac{|BE|}{|BC|}$ kaçtır?

- a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{2}{3}$ e) Hiçbiri

14. Selahaddin tahtaya başlangıçta bir pozitif tam sayı yazıyor. Daha sonra her seferinde, tahtada yazılı olan sayı n ve bu sayının pozitif tam bölenlerinin sayısı k olmak üzere, tahtadaki sayıyı silip yerine $n - k$ sayısını yazıyor. Bu şekilde devam ettiğinde tahtaya 2 yazabiliyorsa, başlangıçtaki sayıya “güzel” diyelim. Güzel olmayan pozitif tam sayıların sayısı kaçtır?

- a) 6 b) 5 c) 4 d) 3 e) Sonsuz çoklukta

15. a, b, c pozitif reel sayıları $7\sqrt{a+4b+9c} = 6(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})$ denklemini sağlıyorsa

$\frac{a(b+c)}{bc}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- a) 2 b) 13 c) 36 d) 97 e) Hiçbiri

16. İçlerindeki top sayıları artmayacak şekilde yan yana dizilmiş 8 torbanın her birinde en az 1, en fazla 8 top bulunmaktadır. Ardışık herhangi iki torbanın içindeki top sayılarının farkı en fazla 1 ise, torbaların içerdiği top sayılarına ilişkin kaç farklı mümkün dağılım vardır?

- a) 128 b) 576 c) 896 d) 255 e) 1152

17. $|AD|=5$ ve $|BC|=9$ şartlarını sağlayan bir $ABCD$ kirişler dörtgeninin $[AB]$ ve $[CD]$ kenarlarının orta noktaları sırasıyla M ve N olmak üzere; $MN \perp CD$ 'dir. $|AC|=13$ olduğuna göre $|CD|$ kaçtır?

- a) $3\sqrt{10}$ b) $6\sqrt{3}$ c) $8\sqrt{2}$ d) 9 e) 15

18. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 sayılarının her birinin önüne + veya – işaretleri konularak yazılan işlemlerin sonucu hesaplanıyor. Kaç farklı sonuç elde edilebilir?

- a) 26 b) 28 c) 55 d) 56 e) 111

19. Tüm x reel sayıları için $f(f(x)) = f(f(2-x)) + f(x) + 1$ şartını sağlayan bir $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu için

$$f(-2017) + f(-2016) + \dots + f(-1) + f(0) + f(1) + \dots + f(2018) + f(2019)$$

toplamının değeri kaçtır?

- a) -2019 b) -2018 c) 0 d) -4038 e) -4037

20. TÜRKİYE kelimesinin harfleri kullanılarak sesli veya sessiz harflerin alfabetik sırada olduğu veya en az iki sesli harfin yan yana geldiği kaç farklı 7 harfli kelime yazılabilir?

- a) 2180 b) 2300 c) 2740 d) 2860 e) Hiçbiri

21. $|AB|=6$, $|AC|=8$ ve $|BC|=10$ şartlarını sağlayan bir ABC üçgeninin iç bölgesinden rastgele seçilen bir P noktasının ABC üçgeninin tüm kenarlarına en az 1 birim uzaklıkta bulunma ihtimali kaçtır?

- a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{48}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{3}$ e) *Hiçbiri*

22. $3n^2 = m^3 + 16m$ denkleminin tam sayılarda kaç çözümü vardır?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 5 e) *Hiçbiri*

23. $a_1 = \frac{3}{4}$ ve her $n \geq 2$ için $4a_n = 4a_{n-1} + \frac{2n+1}{1^3 + 2^3 + \dots + n^3}$ olacak şekilde tanımlanan $\{a_n\}$ reel sayı dizisi için $a_1 a_2 \cdots a_{2019}$ çarpımı kaçtır?

- a) $\frac{2021}{4040}$ b) $\frac{1010}{2019}$ c) $\frac{2019}{2020}$ d) $\frac{2021}{2020}$ e) $\frac{2020}{2019}$

24. Bir torbadaki 3 kırmızı, 3 yeşil ve 4 mavi topun üzerine 1'den 10'a sayılar sırasıyla yazılmıştır. Bu torbadan geri konulmaksızın 3 top çekildiğinde, en az birinin üzerindeki sayının 5'ten büyük ve en az birinin kırmızı olma olasılığı kaçtır?

- a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{17}{24}$ d) $\frac{2}{3}$ e) *Hiçbiri*

25. $|AB|=|AC|$ şartını sağlayan bir ABC ikizkenar üçgeninin $[BC]$ kenarının orta noktası M 'dir. A 'dan geçen ve BC 'ye M 'de teğet olan w çemberi AB ve AC kenarlarını sırasıyla D ve E noktalarında kesiyor. BE doğrusu w çemberini ikinci kez F noktasında, AF doğrusu da BC doğrusunu P noktasında kesiyor. $|AE|=5$ ve $|CE|=4$ olduğuna göre $|BP|$ kaçtır?

a) 2

b) 3

c) 4

d) $\frac{9}{4}$

e) $\frac{12}{5}$

26. p bir asal sayı olmak üzere;

$$\binom{6p}{0}, \binom{6p}{1}, \binom{6p}{2}, \dots, \binom{6p}{6p}$$

sayılarından p 'ye bölünmeyenlerin sayısının alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

a) 10

b) 28

c) 11

d) 7

e) 14

27. x, y, z reel sayılar olmak üzere;

$$x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx - 7x - 8y - 9z$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

a) -26

b) -25

c) -24

d) -23

e) Hiçbiri

28. $\{1, 2, 3, \dots, 300\}$ kümesinin, herhangi ikisinin kesişimi en az bir eleman içeren ve herhangi üçünün kesişimi boş küme olan, en fazla kaç alt kümesi vardır?

a) 12

b) 24

c) 13

d) 25

e) Hiçbiri

29. M merkezli bir çembere dış bölgesinde bulunan bir P noktasından çizilen teğetler çembere A ve B noktalarında değmektedir. AB doğrusuna göre M ile aynı tarafta, PM doğrusuna göre A ile aynı tarafta, çemberin iç bölgesinde bulunan bir Q noktası için $[MQ]$ ve $[BQ]$ ışınları çemberi sırasıyla X ve Y noktalarında kesiyor. $|AX| = |XY|$ 'dir. $[PQ]$ doğru parçası çemberi T noktasında kessin. $|PA| = 4$ ve $|PQ| = 5$ olduğuna göre; $|PT|$ kaçtır?

- a) $2\sqrt{2}$ b) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) $\sqrt{5}$ e) 2

30. $0 \leq x, y < p$ ve $p \mid x^2 + y^3$ şartlarını sağlayan en fazla 100 tane (x, y) tam sayı ikilisi bulunmasına izin veren kaç $p \equiv 2 \pmod{3}$ asal sayısı vardır?

- a) 13 b) 12 c) 7 d) 6 e) Hiçbiri

31. Belirli şartları sağlayan a, b, c reel sayıları verilmiştir. Tüm d reel sayıları için

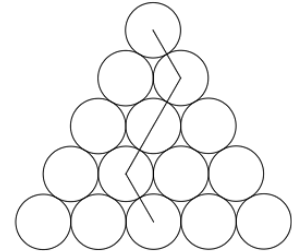
$$\left[\frac{d}{c} \left(d + \frac{b}{a} \right) - \frac{1}{a} \right]^{-1} > l$$

eşitsizliği sağlanacak biçimde sabit bir l reel sayısı bulmak mümkündür. $a + b > c$ bahsi geçen şartlardan bir tanesi ise aşağıdakilerden kaç tanesinin kesinlikle bu şartlar arasında yer alması gerekir?

- i. $a > b + c$
 ii. $ab^2c \geq 0$
 iii. $a + 2b > 4c$
 iv. $4a + 2b > c$
 v. $a > 2b + 4c$

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

32. Bir sihirli piramit oyununda 1. satırda 1 daire, 2. satırda 2 daire, ..., 5. satırda 5 daire bulunmaktadır. Her daire hemen altında bulunan iki daireye değmektedir ve dairelerin içinde 1'den 5'e rakamlar yazmaktadır. İlker en üst satırdan başlayarak birbirine değen daireler üzerinden ilerleyerek ve her seferinde bir alt satıra geçerek en alt satıra ulaşan bir yol çizmek istemektedir. Bu şekildeki tüm mümkün yollar dikkate alındığında i rakamının üzerinde en az iki defa geçtiği yolların sayısı $n(i)$ ile gösterilmektedir. İlker üzerinde 1'den 5'e tüm rakamlar tam olarak bir defa geçen tek bir yol çizebiliyorsa, $n(1), n(2), n(3), n(4), n(5)$ sayılarından en büyüğünün alabileceği en küçük değer kaçtır?



- a) 3 b) 4 c) 7 d) 5 e) 6

